

# G. Polya: Kako to riješiti?

Heuristika ili heuretika, ili „ars inveniendi“ (umijeće otkrivanja) bilo je ime za nejasno definiranu granu proučavanja; pripadala je logici, filozofiji, ili psihologiji. Često se ocrtavala, rijetko potanko prezentirala, i danas je gotovo zaboravljena. Cilj heuristike je proučavanje metoda i pravila za otkrivanje ili invenciju.

Heurističko mišljenje je mišljenje koje se ne smatra konačnim ili krutim, već provizornim ili tek prihvatljivim. Njegov je cilj otkriti rješenje za postojeći problem. Često moramo koristiti heurističko mišljenje. Potpunu izvjesnost dobit ćemo kada dobijemo potpuno rješenje, ali prije negoli steknemo izvjesnost, često se moramo zadovoljiti s više ili manje prihvatljivim nagađanjem. Treba nam provizorno nagađanje kako bismo došli do krajnjeg rješenja. Treba nam heurističko mišljenje kada izgrađujemo dokaz, kao što nam trebaju grede i oplata kada gradimo kuću.

Heurističko mišljenje često se temelji na indukciji ili analogiji.

Heurističko mišljenje je dobro po sebi. Loša je mješavina heurističkog mišljenja i rigoroznog dokaza. Još je gore „prodavati“ heurističko mišljenje kao rigorozan dokaz.

Poduka nekih tema, posebno računa za inženjere i fizičare mogla bi se unaprijediti kada bismo bolje razumjeli heurističko razmišljanje, njezine koristi i ograničenja, i kada bi se u udžbenicima prikazivali otvoreno heuristički argumenti. Heuristički argument prikazan ukusno i čisto može biti koristan; on nas može pripremiti za rigorozni argument, za što heuristički argument obično ima izvjesne klice. Ali heuristički će argument vjerojatno biti štetan ako se prikaže dvosmisleno, pretenciozno ili nedovoljno jasno.

Ako ne možeš riješiti problem pred sobom, nemoj ozbiljno brinuti, već pokušaj pronaći utjehu s nekim jednostavnijim uspjesima, prvo pokušaj riješiti neki srodan problem; tada ćeš možda steći hrabrost da ponovno „napadneš“ svoj početni problem. Nemoj zaboraviti da se ljudska superiornost sastoji od okolišanja, i od prepreka koje ne možemo prijeći izravno, odnosno u smišljanju nekog srodnog problema kada nam se čini da je početni problem nerješiv.

Možeš li smisliti srodan problem? Treba obično smisliti srodan problem, a ne samo sjetiti ga se. Nadam se da ste već pokušali odgovoriti na pitanje: Znaš li za kakav srodan problem? Postoje različita sredstva za tu svrhu: generalizacija, specijalizacija, analogija, i metode dekompozicije ili rekombinacije.

Indukcija i matematička indukcija. Indukcija je proces otkrivanja općih zakona opservacijom ili kombinacijom posebnih instanci. Koristi se u svim znanostima, čak i u matematici. Matematička indukcija koristi se u matematici samo kako bi se dokazali teoremi posebne vrste. Često koristimo obje metode istodobno. Ilustrirat ćemo obje metode istim primjerom.

Primijetit ćemo slučajno da je

$$1 + 8 + 27 + 64 = 100$$

i kada prepoznamo kubove ili kvadrate, onda ćemo primijećenome pridati zanimljiviji oblik:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2$$

Kako se to događa? Zbiva li se često da je zbroj sukcesivnih kubova kvadratni broj?

Kada to pitamo, ponašamo se kao prirodnjaci koji su impresionirani zanimljivom biljkom ili čudnom geološkom formacijom, te postavljamo općenitije pitanje. Naše općenitije pitanje je pitanje o zbrojevima sukcesivnih kubičnih brojeva

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$$

Do tog smo pitanja došli pomoću „posebne instance“ tj.  $n=4$ .

Što možemo učiniti za naše pitanje? Ono što čini prirodnjak: možemo ispitati druge posebne slučajeve. Posebni slučajevi  $n=2,3$  jednostavniji su, slučaj  $n=5$  je sljedeći. Ako posebno uredno sredimo sve te slučajeve, kao što bi geolog sređivao svoje uzorke neke rudače, dobit ćemo sljedeću tablicu:

1	=	1	= 1 <sup>2</sup>
1 + 8	=	9	= 3 <sup>2</sup>
1 + 8 + 27	=	36	= 6 <sup>2</sup>
1 + 8 + 27 + 64	=	100	= 10 <sup>2</sup>
1 + 8 + 27 + 64 + 125	=	225	= 15 <sup>2</sup>

Teško je povjerovati da su svi ti zbrojevi sukcesivnih kubova kvadratni brojevi posve slučajno. U sličnom slučaju, prirodnjak ne bi sumnjao da mu posebni slučajevi sugeriraju da je točno primijećeno pravilo tj. opći zakon; opći zakon je gotovo dokazan pomoću indukcije. Matematičar bi međutim rekao da indukcija jako sugerira istinitost našeg teorema: „Zbroj prvih  $n$  kubova je kvadratni broj“ .